

## Escola Superior de Educação do Porto



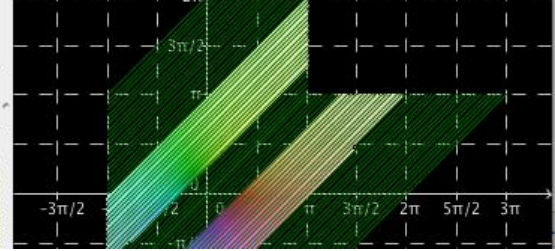
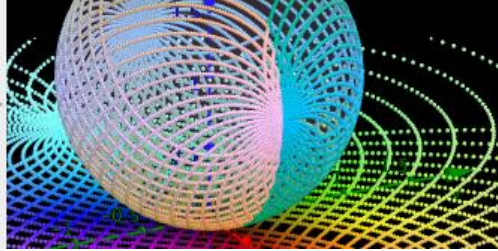
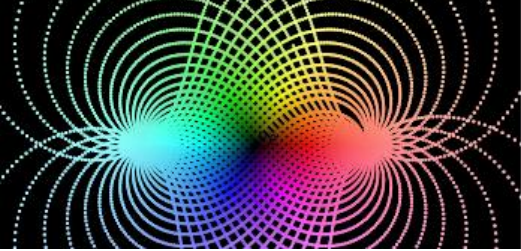
# IV Dia GeoGebra Portugal

## *Para além de Euclides*

### Programa

- 8:30 Entrega de Documentação
- 8:45 Sessão de Abertura  
Dárida Fernandes  
Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico do Porto  
José Santos  
Instituto GeoGebra Portugal
- 09:00 GeoGebra, para o Ensino, para a Matemática.  
Celina Abar  
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo  
Instituto GeoGebra de S. Paulo
- 09:50 GeoGebraBooks & Apps  
Markus Hohenwarter  
Universidade Johannes Kepler, Linz, Áustria  
Instituto GeoGebra Internacional
- 10:20 Intervalo - Galeria de Posters
- 10:40 Comunicações
- 12:10 Almoço
- 14:00 O GeoGebra e a Geometria Hiperbólica  
Cláudia Maia  
Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico do Porto  
Lucile Vandembroucq  
Departamento de Matemática e Aplicações - Universidade do Minho
- 14:30 O GeoGebra no Contexto da Formação Inicial de Professores  
Jaime Carvalho e Silva  
Universidade de Coimbra
- 15:10 Estatística, Folha de Cálculo e GeoGebra - Desde a Primeira Versão  
Eimard Nascimento  
Instituto GeoGebra de Fortaleza  
José Santos  
Escola Secundária D. Afonso Sanches / IGP
- 15:40 Intervalo - Galeria de Posters
- 16:00 Comunicações
- 16:30 A Esfera de Riemann no GeoGebra  
Ana Breda  
Universidade de Aveiro  
José Santos  
Escola Secundária D. Afonso Sanches / IGP
- 17:10 Sessão de Encerramento
- Comissão Organizadora e Científica  
Alexandre Trocado, Externato Ribadouro, IGP.  
Ana Breda, Universidade de Aveiro.  
Cláudia Maia, ESE - IP Porto.  
Daniela Mascarenhas, ESE - IP Porto.  
Dárida Fernandes, ESE - IP Porto, IGP.  
José Santos, ESDAS, IGP.  
Lina Brunheira, ESE - IP Lisboa

[www.geogebra.org.pt](http://www.geogebra.org.pt)



**31 de Maio de 2014**  
**Escola Superior de Educação do Porto**



## **IV Dia GeoGebra Portugal** *Para além de Euclides*

**8:45**                    **Sessão de Abertura**

**09:00**                    **GeoGebra, para o Ensino, para a Matemática.**



**Celina Abar - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. Instituto GeoGebra de S. Paulo**

Possui graduação- Licenciatura e Bacharelado- em Matemática, Mestrado em Matemática e Doutorado em Lógica Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, Brasil, onde atua no Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática e é Coordenadora do Instituto GeoGebra de São Paulo. É especialista em Tecnologias Interativas Aplicadas à Educação, Design Instrucional para Educação On-Line e Entornos Virtuais de Aprendizaje. Seus trabalhos estão inseridos na linha de pesquisa Tecnologias na Educação Matemática.

### **Resumo:**

Uma das linhas de investigação do grupo de pesquisa Tecnologias e Meios de Expressão em Matemática – TecMEM, do Programa de Estudos Pós Graduação em Educação Matemática da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUC/SP, Brasil, visa compreender as dificuldades existentes na prática de docentes de Matemática. Tais dificuldades dizem respeito à transposição didática dos saberes a ensinar, e as possibilidades abertas pelas tecnologias no sentido de criar estratégias didáticas que permitam aprimorar e dinamizar o processo de construção do conhecimento matemático por parte de professores e dos alunos.

Estudos sobre práticas pedagógicas inovadoras e mediadoras de aprendizagens com o uso de tecnologias procurando atender à diversidade e aos desafios contemporâneos da educação brasileira tem sido realizados, com sucesso, pelos participantes do grupo TecMEM. Muitas destas pesquisas foram desenvolvidas com o uso do GeoGebra que tem se revelado um importante recurso para o ensino e para a aprendizagem da Matemática.

Podemos entender melhor a relevância do uso do GeoGebra por meio da análise das oportunidades pedagógicas, em níveis de: agilidade e precisão de tarefas; envolvimento sócio-afetivo com o conhecimento matemático; produtividade do ensino em sala de aula; desenvolvimento cognitivo e o domínio de habilidades tecnológicas integrado ao conhecimento matemático.

Pelo fato do GeoGebra, além de seu livre acesso, possuir tantas oportunidades de exploração da Matemática nos diversos anos da vida escolar, é que podemos compreender sua rápida expansão com a criação de Institutos por todo o mundo.

Em 2011 quando realizamos em São Paulo a 1ª. Conferência Latino Americana de GeoGebra haviam apenas três institutos na América Latina e hoje já são quase vinte. No entanto, há muito trabalho para que o GeoGebra e a Educação Matemática caminhem lado a lado para o aprimoramento do ensino e aprendizagem da Matemática.

A formação de professores para o uso do GeoGebra, em minha Universidade, é feita com pequenas turmas de 20 professores na própria Faculdade, aos sábados, para os interessados que se inscrevem por email. Em 2012 tivemos cinco turmas e em 2013, quatro turmas. Normalmente são trabalhados os passos iniciais no uso do software, pois alguns participantes não conhecem o GeoGebra.

Outras atividades são com os alunos de mestrado e doutorado. Nas disciplinas oferecidas é utilizado o GeoGebra em diversos tópicos da Matemática.

Na investigação matemática os alunos do programa utilizam o GeoGebra em suas pesquisas de mestrado e doutorado. Assim há várias dissertações e teses com propostas de atividades disponíveis na Internet com diversos aportes teóricos e diferentes metodologias.

Com relação às Geometrias não Euclidianas temos, em nosso programa, algumas pesquisas feitas, mas nenhuma utilizou GeoGebra. Uma de 2004 sobre Geometria Hiperbólica utilizou o Cabri e outra de 2006 sobre Geometria Esférica utilizou material concreto. Outros programas de Pós Graduação de nosso país tem trabalhos sobre Geometrias não Euclidianas com o GeoGebra.

Todo esse panorama será apresentado aos participantes do IV Dia de GeoGebra e serão indicados alguns endereços na internet onde esses trabalhos podem ser acessados.

Dois modelos de Geometria não Euclidianas, hiperbólica e elíptica podem ser acessados no site do grupo TecMEM e foram construídos no GeoGebra por meio de macros. São propostas que permitem a investigação e exploração destas geometrias pelos interessados, inseridas no tema do IV Dia de GeoGebra: Para além de Euclides

Deste modo, este é um panorama geral do que tem sido feito, para colaborar com o ensino e a Matemática e com a utilização do GeoGebra.

## **09:50      GeoGebraBooks & Apps**



**Markus Hohenwarter - Universidade Johannes Kepler, Linz, Austria**

*A apresentação será realizada em Inglês, via Skype .*

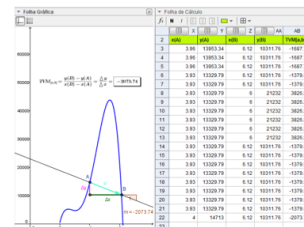
## **10:20      Intervalo - Galeria de Posters**

## 10:40 Ventajas técnicas del GeoGebra en el desarrollo de la modelización funcional y del cálculo diferencial en Secundaria

*A apresentação será realizada em Português*

Catarina Oliveira Lucas - Bolseira da Fundação da Ciência e da Tecnologia

Este trabajo presenta una propuesta de una secuencia de tareas para la construcción y manipulación de modelos funcionales con las herramientas del cálculo diferencial de la enseñanza secundaria. Al utilizar un Recorrido de Estudio e Investigación (REI) se pretende mostrar la potencialidad del GeoGebra en la visualización simultánea y articulación de los diferentes registros de una función (numérico, gráfico y algebraico) y que una utilización adecuada de las herramientas informáticas podrá ayudar al estudiante a construir su propio conocimiento, el estudio de organizaciones matemáticas más completas.



Por un lado, pretendemos mostrar que el GeoGebra permite que el estudiante tenga una visualización más amplia del problema, posibilita la manipulación de los datos y, consecuentemente, la exploración de otros problemas emergentes. Por otro lado, funciona como herramienta de validación de las técnicas que utilizan solamente el lápiz y el papel, quer sean algebraicas, gráficas, aritméticas o numéricas.

Sin embargo, reseñamos que la utilización de este instrumento informático no deberá surgir de forma aislada, o sea, deberá ser siempre complementada con la fundamentación teórica que justifica una determinada técnica automática.



Catarina Oliveira Lucas, con la Licenciatura en Matemática y el Máster en Ingeniería Matemática por la Faculdade de Ciências da Universidade do Porto, está actualmente a desarrollar su tesis doctoral en el Departamento de Matemática Aplicada de la Universidad de Vigo, financiada por la beca SFRH/BD/77335/2011 de la FCT y por el proyecto EDU2012-39312-C03-03.

## 12: 00 GeoGebra e Livros Interactivos

Alexandre Emanuel Trocado - Externato Ribadouro

Podemos perspetivar um futuro próximo em que os livros digitais ocupem um espaço bem mais abrangente que o atual. Nos últimos anos temos assistido à abertura de lojas on-line nas quais podemos adquirir livros no formato digital.

Nesta breve comunicação darei conta de como o GeoGebra poderá ser utilizado como auxiliar na elaboração destes novos livros, em particular, de livros interativos.



Alexandre Emanuel Trocado, professor do Externato Ribadouro, licenciado e mestre em ensino de Matemática pela Faculdade de Ciências da Universidade do Porto. Membro e Formador do IGP, certificado com o nível III, GeoGebra Trainer, pelo Instituto GeoGebra Internacional (IGI)

## 14:00 O GeoGebra e a Geometria Hiperbólica

Claudia Maia - Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico do Porto

Lucile Vandembroucq – Departamento de Matemática e Aplicações - Universidade do Minho

As obras de M.C. Escher integradas na coleção Circle Limit são uma bela demonstração da relação fascinante entre a matemática e a arte que, neste caso, surge como um belo exemplo das pavimentações do plano hiperbólico. O modelo do plano hiperbólico usado por M.C. Escher é o chamado Disco de Poincaré. Nesta apresentação vamos descrever o papel que o Geogebra pode desempenhar no estudo do plano hiperbólico e, em particular, na construção de pavimentações do Disco de Poincaré.



Cláudia Manuela Ferreira Maia, Licenciada em Ensino da Matemática pela Faculdade de Ciências do Porto, Bacharel em Ensino Primário pela Escola Superior de Educação do Porto, Licenciatura em Professores do Ensino Básico – variante Matemática e Ciências da Natureza pela Escola Superior de Educação do Porto, Mestre em Formação Contínua de Professores pela Universidade do Minho e doutoranda em Educação na Universidade Portuguesa – Infante D. Henrique.



Lucile Vandembroucq é Professora Auxiliar do Departamento de Matemática e Aplicações da Universidade do Minho. Como investigadora é membro do grupo Geometria, Topologia e Aplicações do Centro de Matemática da Universidade do Minho e tem publicações em revistas científicas internacionais na área da Topologia Algébrica. O seu interesse no Geogebra iniciou-se e desenvolveu-se através da sua intervenção em ações de formação e mestrados de Formação Contínua de Professores.

## 14:30 O GeoGebra no Contexto da Formação Inicial de Professores



### Jaime Carvalho e Silva - Universidade de Coimbra

Professor Associado do Departamento de Matemática da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra onde leciona disciplinas para Engenheiros e Futuros Professores de Matemática. É coordenador do Centro de Competência "Softciências". Coordenou, em 1995 e 2001 as Equipas Técnicas que propuseram os programas de Matemática para o Ensino Secundário de 1997 e de 2003. É autor de manuais de Matemática para o Ensino Básico, Secundário e Superior, tendo sido premiado duas vezes pela SPM pelos seus manuais. Foi Secretário-Geral da ICMI-International Commission on Mathematical Instruction no triénio 2010-2012.

### Resumo:

Atualmente é um dado adquirido na Europa que a formação de professores deve ter nível de mestrado. O nível formativo deve pois ser tão alargado e tão avançado quanto possível. Nessa formação terá necessariamente lugar a introdução do uso das tecnologias para melhoria do ensino da Matemática. Nos programas de todos os países se refere a importância das TIC no ensino mas nem sempre a formação inicial e contínua de professores tem esse aspeto em consideração. Já em 1997, no IIº Simpósio Investigação e Desenvolvimento de Software Educativo elencava algumas necessidades formativas em função do conteúdo dos programas (ver "A formação de professores em novas tecnologias da informação e comunicação no contexto dos novos programas de Matemática do Ensino Secundário" em <http://lsm.dei.uc.pt/simposio/simposio1197.htm>).

Nesse trabalho recomendava: "Incluir na formação inicial espaços de trabalho e reflexão sobre o uso da tecnologia no ensino de diversas áreas da matemática". Irei explicar qual a perspectiva que adoto na disciplina 'Meios Computacionais no Ensino' do Mestrado em Ensino de Matemática no 3º Ciclo do Ensino Básico e no Secundário da Universidade de Coimbra, detalhando o papel do software Geogebra nessa formação.

## **15:10 Estatística, Folha de Cálculo e GeoGebra - Desde a Primeira Versão**

Eimard Nascimento - Instituto GeoGebra de Fortaleza

José Santos - Escola Secundária D Afonso Sanches / IGP

Durante este momento de partilha daremos conta da utilização do GeoGebra para o ensino e aprendizagem da estatística. Apesar de existirem poucas referências na investigação ao uso do GeoGebra, nesta área do ensino da matemática, apresentar-se-á as primeiras publicações em artigos científicos neste tema apresentados pelo Instituto Geogebra Fortaleza – IGGF desde 2012 sob título de Coletânea LABGG (Laboratório Geogebra), no formato de módulos para apoio dos professores nos assuntos de Média, Moda, Mediana, Variância, Desvio Padrão e Coeficiente de Variação, bem como, algumas das experiências encontradas na internet, sendo algumas delas desenvolvidas pelos autores desta comunicação.

Será apresentado de modo sumário exemplos do que hoje pode ser realizado com o GeoGebra ao nível da Estatística Descritiva e Indutiva a partir de algumas experiências desenvolvidas com alunos. Finalizando, apresentar-se-á algumas das conclusões e sugestões para o desenvolvimento de futuras versões do software.



Eimard Gomes Antunes do Nascimento, Doutorando em Didática da Matemática, Tecnologia e Avaliação Educativa pela Universidade de Aveiro - Portugal. Mestre em Educação Brasileira no eixo da avaliação da aprendizagem, especialista em Educação Matemática, especialista MOUS MOOffice Excel pela Microsoft – Estados Unidos da América, Graduado em Matemática pela Universidade Federal do Ceará – Brasil, Programador pelo SENAC-CE e Analista de Sistema pela Cambridge Informática. Lecionou como Professor de Graduação e Pós-Graduação em algumas instituições de ensino superior no Brasil, tutor a distância em cursos universitários no sistema Blended learning (b-learning) pelo Instituto Federal do Ceará (IFCE) e UFC Virtual (UFC). Presidente e fundador do Instituto GeoGebra Fortaleza – Brasil, com pólos em Iguatu (CE) e São Carlos (SP) onde desenvolvem pesquisas no LABGG (Laboratório GeoGebra) em Matemática, Estatística e Física.

## **15:40 Intervalo - Galeria de Posters**

## **16:00 COLETÂNEA LABGG PARA ESCOLAS E UNIVERSIDADES: NEM.F101 - ESTUDO DA FÍSICA, CINEMÁTICA I – INTRODUÇÃO.**

Eimard Gomes Antunes do Nascimento -

Adenilson Francisco Tetzener Junior -

Daniel Brina -

Guilherme de Oliveira Silvério -



O uso de computadores nas escolas e universidades tem se mostrado muito importante. Usado como recurso didático, o computador torna-se cada vez mais presente no ensino aprendizagem. Assim, o presente artigo faz parte de uma coletânea de assuntos em Física na forma de módulos aplicados no Laboratório GeoGebra (LABGG)<sup>1</sup>, criado por Nascimento em 2012 para servir de ferramenta de apoio para os professores que é aplicação e análise do software livre de matemática dinâmica GeoGebra sob uma abordagem construtivista no processo de possibilidades de estudo e aprendizagem da matemática e física. Ressalta-se, porém, que o trabalho dinâmico de estudo e pesquisa provoca a manifestação e a participação dos autores envolvidos no processo educativo, sensibilizando-os para o uso adequado do computador como ferramenta de mediação e de auxílio no processo de ensino e aprendizagem. O estudo do artigo denominado módulo NEM.F101 trata-se de uma avaliação de possibilidades de estudo e pesquisas em Física, no tocante as noções iniciais para o entendimento e da cinemática I - Introdução, usando, explorando e problematizando através dos recursos do LABGG, sendo por escrita (comandos) ou/e graficamente, bem como simuladores desenvolvidos pelos autores.

## 16:30 The Riemann Sphere in GeoGebra

*A apresentação será realizada em português*

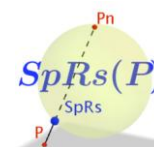
Ana Breda - Universidade de Aveiro

José Santos - Escola Secundária D. Afonso Sanches / IGP

The stereographic projection is a bijective smooth map which allows us to think the sphere as the extended complex plane. Among its properties it should be emphasized the remarkable property of being angle conformal that is, it is an angle measure preserving map. Unfortunately, this projection map does not preserve areas. Besides being conformal it has also the property of projecting spherical circles in either circles or straight lines in the plane.

This type of projection maps seems to have been known since ancient times by Hipparchus (150 BC), being Ptolemy (AD 140) who, in his work entitled "The Planisphaerium", provided a detailed description of a such map. Nonetheless, it is worthwhile to mention that the property of the invariance of angle measure has only been established much later, in the seventeenth century, by Thomas Hariot. In fact, it was exactly in that century that the Jesuit Francois d'Aguilon introduced the terminology "stereographic projection" for this type of maps, which remained up to our days.

Here, we shall show how we create in GeoGebra, the Stereographic Projection In The Riemann Sphere, tool and its potential concerning the visualization and the analysis of the properties of the stereographic projection, in addition to the viewing of the amazing relations between Mobius transformations and stereographic projections of a sphere brilliantly described by Douglas N. Arnold and Jonathan Rogness in the paper "Mobius transformations revealed" published by Notices of the AMS.







Ana Maria Reis d'Azevedo Breda é Professora Associada com Agregação da Universidade de Aveiro, Coordenadora do Projeto Geometrix, Diretora da Licenciatura em Matemática da Universidade de Aveiro e membro do Grupo Álgebra e Geometria do Centro de Investigação e Desenvolvimento em Matemática e Aplicações. Como investigadora tem diversas publicações em revistas científicas internacionais nas áreas de Geometria e Combinatória. O seu interesse em educação matemática é bem conhecido estando este consubstanciado na escrita de vários artigos e na comunicação de inúmeras palestras.



José Manuel Dos Santos, professor da Escola Secundária D. Afonso Sanches, licenciado e mestre em ensino de Matemática pela Faculdade de Ciências da Universidade do Porto, tendo nesta instituição realizado também o Curso de Doutoramento em Divulgação e Ensino das Ciências. Coordena as atividades do IGP desde a sua criação. Formador do IGP, certificado com o nível III, GeoGebra Trainer, pelo IGI.

## **17:10 Sessão de Encerramento**



## IV Dia GeoGebra Portugal

### *Para além de Euclides*

In Memoriam

Na verdade o uso dos computadores tem vindo a acentuar a importância do método experimental na investigação matemática, permitindo aperfeiçoar processos ou mesmo abrir caminhos inteiramente novos.

José Sebastião e Silva (1914-1972)



Numa altura em que computadores e máquinas de calcular não estavam acessíveis a todos e eram objetos menos práticos, Sebastião e Silva tinha possuído já uma ideia interessante do papel fundamental que estas ferramentas podiam desempenhar no ensino da Matemática. Aqui estão algumas das suas ideias:

- Logo na primeira aula se deve [pôr] o aluno em contacto com o conceito de aproximação. (...) a ideia dos métodos de aproximação, que domina toda a análise numérica moderna, ligada ao uso de computadores;
- a educação, na era científica, não pode continuar, de modo nenhum, a ser feita segundo os moldes do passado;
- Os processos de recorrência (baseados no princípio da indução matemática (...)) constituem um dos muitos assuntos da matemática que têm sido postos na ordem do dia pelos computadores;
- O certo é que se começa desde já a desenhar entre nós a necessidade de um grande CENTRO NACIONAL DE CÁLCULO, munido de um computador de alta potência.
- Haveria muitíssimo a lucrar em que o ensino destes assuntos fosse normalmente orientado a partir de centros de interesse como o anterior - e tanto quanto possível laboratorial, isto é, baseada no uso de computadores, existentes nas próprias escolas ou fora destas, em laboratórios de cálculo;
- Os cálculos exigidos por este processo [valores aproximados por defeito e por excesso de  $\sin 63^\circ$ ] são laboriosos, mas, quando se dispõe de um bom computador, podem ser efectuados rapidamente. No entanto, mesmo quando se trabalhe com um bom computador, procura-se sempre, entre vários métodos de aproximação, aquele que seja mais expedito e mais fácil de programar.